

Christian Henaff

Conseiller pédagogique

# RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

CM1

Apprendre à comprendre  
les situations mathématiques

RETZ

[www.editions-retz.com](http://www.editions-retz.com)

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

© Retz 2015  
ISBN : 978-2-7256-3348-0



Les reproductions d'extraits de cette publication sont autorisées dans les conditions du contrat signé entre le ministère de l'Éducation nationale et le CFC (Centre d'exploitation du droit de copie). Dans ce cadre, il est important que vous déclariez au CFC les copies que vous réalisez, lorsque votre école est sollicitée pour l'enquête sur les photocopies de publications.  
Au nom de nos auteurs et de notre maison, nous vous remercions d'avance.

# Sommaire

---

<b>Préface</b> .....	p. 7
<b>Préambule</b> .....	p. 8
<b>Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008</b> .....	p. 9
<b>Résoudre des problèmes à une opération</b> .....	p. 11
<b>1. Quelles sont les tâches à accomplir ?</b> .....	p. 11
<b>2. Comment identifier la bonne opération ?</b> .....	p. 11
Les caractéristiques de chaque catégorie de problèmes .....	p. 11
Le choix de la bonne opération .....	p. 13
<b>3. Quel objectif fixer pour le CM1 ?</b> .....	p. 14
<b>4. Quelle progression suivre au CM1 ?</b> .....	p. 14
<b>Résoudre des problèmes à étapes</b> .....	p. 15
<b>1. Qu'est-ce qu'un problème à étapes ?</b> .....	p. 15
<b>2. Quels sont les apprentissages à programmer ?</b> .....	p. 15
<b>3. Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils ?</b> .....	p. 16
La sélection des informations contenues dans l'énoncé .....	p. 16
L'utilisation des informations construites dans les questions intermédiaires .....	p. 16
L'identification des questions intermédiaires .....	p. 17
La présentation de la solution .....	p. 18
<b>4. Quelle progression suivre au CM1 ?</b> .....	p. 18
<b>Comprendre les énoncés de problèmes</b> .....	p. 19
<b>1. Que signifie « comprendre un énoncé » ?</b> .....	p. 19
<b>2. Pourquoi faut-il faire mémoriser la question ?</b> .....	p. 20
<b>3. Comment faire reformuler le problème ?</b> .....	p. 20
<b>4. Comment enseigner le traitement des informations ?</b> .....	p. 20
<b>5. Comment enseigner la lecture des énoncés ?</b> .....	p. 21
<b>6. Doit-on apprendre à trier les informations utiles et inutiles ?</b> .....	p. 22

7. Faut-il enseigner des mots-clés ? .....	p. 22
8. Comment enseigner la résolution de problèmes présentés avec tableaux, graphiques ou histogrammes ? .....	p. 23
<b>Produire le résultat exact par le calcul</b> .....	p. 24
<b>Rédiger et présenter la réponse</b> .....	p. 25
<b>Résoudre des problèmes de proportionnalité</b> .....	p. 26
1. Qu'est-ce qu'un problème de proportionnalité ? .....	p. 26
2. Quelles sont les procédures de résolution des problèmes de proportionnalité ? ..	p. 26
3. Quel objectif fixer pour le CM1 ? .....	p. 27
4. Quelles sont les difficultés rencontrées par les élèves de CM1 ? .....	p. 28
5. Quels problèmes de proportionnalité donner au CM1 ? .....	p. 29
6. Quelle progression suivre au CM1 ? .....	p. 29
<b>Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures</b> .....	p. 30
1. Que disent les programmes de 2008 ? .....	p. 30
2. Pourquoi faut-il étudier spécifiquement les problèmes de grandeurs et mesures ? .....	p. 30
3. Que faut-il étudier au CM1 ? .....	p. 31
4. Comment rédiger la solution d'un problème de grandeurs et mesures ? .....	p. 31
<b>Résoudre des problèmes de recherche</b> .....	p. 34
1. Quelle est la place des problèmes de recherche dans les programmes de 2008 ? .....	p. 34
2. Quels sont les objectifs de la pratique ? .....	p. 34
3. Comment mettre en œuvre les séances ? .....	p. 35
4. Quelle progression proposer ? .....	p. 35
5. Comment évaluer la résolution des problèmes de recherche ? .....	p. 36
Les outils pour la classe .....	p. 36
Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages .....	p. 37

<b>Annexes</b> .....	p. 39
Annexe 1 – Programmation des apprentissages .....	p. 39
Annexe 2 – Catégorisation des problèmes .....	p. 40
Annexe 3 – Tableau récapitulatif des séquences et des outils .....	p. 44

<b>Les séquences didactiques</b> .....	p. 47
--	-------

### Période 1

<b>Séquence 1</b>	<b>Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction</b> .....	p. 47
Séance 1A	Les problèmes d'augmentation et de diminution .....	p. 48
Séance 1B	Les problèmes de comparaison .....	p. 51
Séance 1C	Le choix entre addition et soustraction – Entraînement .....	p. 55
<b>Séquence 2</b>	<b>Résoudre des problèmes de multiplication et de division</b> .....	p. 57
Séance 2A	Les problèmes de groupement et de partage (1) .....	p. 58
Séance 2B	Les problèmes de groupement et de partage (2) .....	p. 62
Séance 2C	Le choix entre multiplication et division – Entraînement .....	p. 64

### Période 2

<b>Séquence 3</b>	<b>Résoudre des problèmes à une étape</b> .....	p. 68
Séance 3A	Le choix entre les quatre opérations – Entraînement .....	p. 69
<b>Séquence 4</b>	<b>Résoudre des problèmes à plusieurs étapes</b> .....	p. 71
Séance 4A	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (1) .....	p. 72
Séance 4B	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (2) .....	p. 77
Séance 4C	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (3) .....	p. 80
Séance 4D	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (4) .....	p. 83
<b>Séquence 5</b>	<b>Évaluation</b> .....	p. 87
Séance 5A	Évaluation des apprentissages menés en périodes 1 et 2 .....	p. 88

### Période 3

<b>Séquence 6</b>	<b>Résoudre des problèmes de recherche</b> .....	p. 90
Séance 6A	Les problèmes à essais (1) .....	p. 91
Séance 6B	Les problèmes à essais (2) .....	p. 93

Séance 6C	Les problèmes à essais (3) .....	p. 96
Séance 6D	Les problèmes à essais (4) .....	p. 98

**Séquence 7 Résoudre des problèmes de proportionnalité** ..... p. 101

Séance 7A	Les tableaux de proportionnalité (1) .....	p. 102
Séance 7B	Les tableaux de proportionnalité (2) .....	p. 105

**Période 4**

---

**Séquence 8 Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures** ..... p. 109

Séance 8A	Les longueurs et les distances .....	p. 110
Séance 8B	Les masses et les contenances .....	p. 113
Séance 8C	Les aires (1) .....	p. 116
Séance 8D	Les aires (2) .....	p. 119
Séance 8E	Les durées .....	p. 123
Séance 8F	Les grandeurs et mesures – Entraînement .....	p. 127

**Période 5**

---

**Séquence 9 Résoudre des problèmes de proportionnalité** ..... p. 130

Séance 9A	Les tableaux de proportionnalité (3) .....	p. 131
Séance 9B	Les tableaux de proportionnalité (4) .....	p. 134

**Séquence 10 Résoudre des problèmes avec tableaux ou graphiques** ..... p. 139

Séance 10A	Les tableaux .....	p. 140
Séance 10B	Les graphiques et les histogrammes .....	p. 143

**Séquence 11 Résoudre des problèmes à plusieurs étapes** ..... p. 148

Séance 11A	Les problèmes à deux étapes sans question intermédiaire (1) .....	p. 149
Séance 11B	Les problèmes à deux étapes sans question intermédiaire (2) .....	p. 152

**Séquence 12 Évaluation** ..... p. 156

Séance 12A	Évaluation des apprentissages menés en CM1 .....	p. 157
------------	--	--------

**Contenu du CD-Rom** ..... p. 160

**Présentation du CD-Rom** ..... p. 164

# Préface

Les mathématiques constituent l'une des bases fondamentales de l'enseignement à l'école primaire. Plus encore que pour les autres disciplines, elles ont besoin d'être enseignées de manière progressive et cohérente, de la petite section au CM2.

Construire l'activité mathématique de chaque élève et différencier en tenant compte des éléments de progressivité sont les objectifs que tout enseignant doit se donner aujourd'hui, mais ceux-ci ne se réalisent pas aisément.

L'ouvrage rédigé par Christian Henaff est le fruit d'une large expérience conduite dans les classes, riche, variée, au contact du terrain. Grâce à son expertise pointue, il fournit la pièce maîtresse pour étayer les pratiques quotidiennes des enseignants. Clarté didactique et rigueur dans la mise en œuvre en sont les maîtres mots.

Ayant le souci d'explicitier ses choix, de décrire clairement sa démarche afin de pouvoir la communiquer, la lecture de cet ouvrage permet à l'enseignant de se doter d'une méthodologie rigoureuse pour amener chaque élève à construire et à s'approprier démarches et savoirs nécessaires à la résolution de problèmes.

À travers une base théorique solide et une démarche adaptée, cet ouvrage explicite la mise en œuvre de situations d'apprentissage structurées et structurantes, au service de tous les élèves.

Maryse Lacombe, IEN (circonscription de Tulle-Nord / ASH)

# Préambule

La résolution de problèmes est un domaine de réinvestissement de savoir-faire. Elle éclaire donc sur la capacité des élèves à mettre en œuvre ce qu'ils ont appris par ailleurs, ce qui lui confère une importance incontestable.

Au cycle des approfondissements, de nombreux élèves y sont en échec de façon répétée car ils se perdent dans la globalité de l'activité. Pour certains, c'est la compréhension des énoncés qui semble faire obstacle, pour d'autres, c'est le sens des opérations. Presque tous ont un point commun : ils manquent de méthodes pour aborder un problème.

La pratique de l'activité, même régulière, ne suffit pas à combler ce déficit car tous les élèves ne sont pas en mesure de tisser par eux-mêmes le réseau des compétences à mobiliser.

La résolution de problèmes constitue donc un domaine d'enseignement à part entière, avec une logique de progression dans les enseignements et des objectifs intermédiaires à atteindre.

Ce guide pédagogique a pour vocation de présenter des outils qui sont l'émanation de choix pédagogiques et didactiques.

## Choix didactiques et pédagogiques

- **Enseigner à partir d'une progression identifiant et articulant tous les apprentissages** afin d'éclairer la tâche de l'élève. Celui-ci doit pouvoir repérer chacune des acquisitions à effectuer, mais aussi la logique de progression des apprentissages.
- **Enseigner une méthodologie de résolution** pour apporter à chaque élève les moyens d'organiser son travail grâce à des savoir-faire solidement installés.
- **Programmer ces apprentissages dans le temps afin de tous les mener à bien**, en attribuant à chaque apprentissage le nombre de séances nécessaires et en coordonnant l'ensemble du parcours.
- **Enseigner au rythme d'une séance hebdomadaire**, et donc accorder au domaine la place qui lui revient, la fréquence et la régularité de la pratique étant des facteurs importants de réussite.
- **Enseigner en s'appuyant sur des temps collectifs pour modéliser, synthétiser ou rappeler**, c'est-à-dire en favorisant les interactions lors de temps d'apprentissage ritualisés.
- **Enseigner en utilisant des supports collectifs** pour permettre à chaque élève de disposer de repères visuels lors des phases collectives.
- **Enseigner puis entraîner pour automatiser** afin de donner à chaque élève les moyens de gravir les échelons de la difficulté, grâce à la maîtrise des fondamentaux.
- **Mesurer avec précision l'évolution des compétences des élèves** en évaluant les apprentissages par l'observation et l'étayage de l'activité des élèves lors de chaque séance, mais aussi lors de bilans fournissant aux enseignants matière à une analyse fine et objective des résultats.

Avant d'exposer nos conceptions et nos outils, nous tenons aussi à rappeler que la qualité de la mise en œuvre des séances et de l'analyse des productions des élèves tient une place déterminante dans la réussite du projet d'enseignement.

La mise en œuvre doit s'effectuer dans des conditions favorisant les apprentissages. L'attention, l'écoute et l'implication des élèves, le respect du contrat didactique en sont des paramètres.

L'enseignant joue un rôle essentiel, tantôt animant ou régulant le groupe, tantôt étayant l'activité d'un élève. Il guide sur le chemin des apprentissages et croit en les possibilités de chacun, même si parfois ce regard positif peut être temporairement mis à mal par la difficulté.

L'analyse des productions éclaire l'enseignant sur l'état des apprentissages. Par voie de conséquence, elle doit aussi permettre à l'élève de se situer. Cette analyse prend appui en particulier sur les compétences spécifiques au domaine et acquises par des lectures « professionnelles », des participations à des formations ou des échanges entre enseignants.



# Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008

Les programmes du cycle des approfondissements s'appliquant à un ensemble de trois années, il faut donc aller dans les progressions pour trouver les compétences qui devront être maîtrisées à l'issue du CM1<sup>1</sup>.

	Résolution de problèmes	Nombres et calcul*
GS	Résoudre des problèmes portant sur les quantités.	—
CP	Résoudre des problèmes simples à une opération.	Calculer mentalement ou en ligne des sommes, des différences et des opérations à trous.
CE1	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.</li> <li>– Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements.</li> <li>– Résoudre des problèmes de longueur et de masse.</li> <li>– Organiser les informations d'un énoncé.</li> <li>– Utiliser un tableau, un graphique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction.</li> <li>– Connaître et utiliser une technique opératoire de la multiplication par un nombre à un chiffre.</li> <li>– Diviser par 2 ou par 5 des nombres inférieurs à 100 (quotients entiers).</li> </ul>
CE2	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.</li> <li>– Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs.</li> <li>– Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.</li> <li>– Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement de données.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Effectuer un calcul posé (addition, soustraction et multiplication).</li> <li>– Connaître une technique opératoire de la division.</li> </ul>
CM1	Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Addition et soustraction de deux nombres décimaux.</li> <li>– Multiplication d'un décimal par un entier.</li> <li>– Division euclidienne de deux entiers.</li> <li>– Division décimale de deux entiers.</li> </ul>
CM2	Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Addition, soustraction et multiplication de deux nombres entiers ou décimaux.</li> <li>– Division d'un nombre décimal par un nombre entier.</li> </ul>

\* Le domaine *Résolution de problèmes* doit être traité en cohérence avec le domaine *Nombres et calcul* puisque c'est ce dernier qui rythme les apprentissages spécifiques des opérations.

À la lecture de ce tableau, on peut constater que les apprentissages à mener au CE2 s'intègrent dans une progression qui démarre à la grande section de l'école maternelle pour se poursuivre jusqu'au CM2. Prendre connaissance de l'ensemble des programmes permet de situer le CE2 dans le parcours des apprentissages.

L'enseignement de la résolution de problèmes débute en **grande section**, sans que des compétences en calcul soient mobilisées. On précisera que les problèmes portent alors sur des situations de comparaison, d'augmentation, de diminution, de distribution ou de partages, c'est-à-dire sur des situations relevant des quatre opérations. S'il est écrit dans les programmes que « *les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul* », c'est par la manipulation, ou plus exactement par simulation du réel, que les élèves résolvent les problèmes de partage par exemple.

Au CP et dans la continuité, ce sont les problèmes à une opération qui sont au programme, avec utilisation des calculs additifs et soustractifs pour les problèmes qui le permettent.

1. Voir *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les nouveaux programmes 2008-2009*, Paris, CNDP/XO Éditions, 2008, pp. 99-100 et pp. 112-116.

Au CE1, les élèves s'approprient peu à peu les connaissances et les savoir-faire qui leur permettent en fin d'année de résoudre les problèmes à une opération par la procédure experte, à l'exception des problèmes de division, pour lesquels ils utilisent une procédure numérique faisant appel aux trois opérations maîtrisées.

Au CE2, les élèves étudient les dernières familles de problèmes d'addition et de soustraction. Ils consolident aussi leurs techniques de calcul. À la fin de l'année, ils savent résoudre les problèmes à une opération.

**C'est un parcours d'apprentissages prenant appui sur la simulation du réel, puis intégrant peu à peu les nombres et le calcul pour résoudre les problèmes qu'ont vécu les élèves à leur entrée au CM1.**

Dans les programmes, il est écrit : « La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement<sup>2</sup>. »

Dans le domaine *Nombres et calcul/Résolution de problèmes*, au CM1, la nouveauté concerne la résolution des problèmes à étapes.

On peut aussi lire :

– Dans le domaine *Grandeurs et mesures* : « La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et à leur donner sens. À cette occasion des estimations de mesure peuvent être fournies puis validées<sup>3</sup>. »

– Dans le domaine *Organisation et gestion de données* : « Les capacités d'organisation et de gestion des données se développent par la résolution de problèmes de la vie courante ou tirés d'autres enseignements. Il s'agit d'apprendre progressivement à trier des données, à les classer, à lire ou à produire des tableaux, des graphiques et à les analyser.

La proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures (en particulier celle dite de la "règle de trois") sont utilisées<sup>4</sup>. »

Dans les éléments de progression, on trouve pour le niveau CM1 :

- Dans le domaine *Grandeurs et mesures* :
  - « Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions<sup>5</sup>. »
- Dans le domaine *Organisation et gestion de données* :
  - « Construire un tableau ou un graphique.
  - Interpréter un tableau ou un graphique. [...]
  - Utiliser un tableau ou la "règle de trois" dans des situations très simples de proportionnalité<sup>6</sup>. »

Pour synthétiser, au CM1, il faut :

- **consolider la résolution des problèmes à une étape ;**
- **apprendre à résoudre des problèmes à plusieurs étapes.**

Sans oublier l'apprentissage de la **résolution des problèmes de proportionnalité et de mesure d'aires**, ainsi que l'introduction des **conversions liées à l'utilisation des nombres décimaux, l'utilisation de tableaux, graphiques et autres histogrammes.**

Le programme est donc chargé et varié.

2. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? op. cit.*, p. 66.

3. *Ibid.*, p. 68.

4. *Idem.*

5. *Ibid.*, p. 116.

6. *Idem.*

# Résoudre des problèmes à une opération

C'est dans les programmes de CE2 que figure la compétence **Savoir résoudre les problèmes à une opération**. Faut-il pour autant concevoir une programmation pour le CM1 excluant une phase de consolidation de cette compétence ? Non, car pour de nombreux élèves, cette compétence n'est pas encore acquise en début d'année. Or, de sa maîtrise dépend la capacité à résoudre les problèmes à plusieurs étapes qui constituent l'un des objectifs clés du CM1.

## 1. Quelles sont les tâches à accomplir ?

Pour bien comprendre ce que veut dire « résoudre un problème à une étape », prenons un exemple.

### Exemple :

Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Charlotte a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Lucas, son partenaire d'entraînement, et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. *Combien Lucas a-t-il marqué de points ?*

La résolution (écrite) de ce problème comporte quatre tâches :

- la lecture de l'énoncé ;
- l'identification de l'opération qui permet de répondre à la question ;
- le calcul du résultat ;
- la rédaction de la réponse.

Nous allons traiter dans un premier temps de l'identification de l'opération.

## 2. Comment identifier la bonne opération ?

Identifier la bonne opération, c'est savoir choisir l'outil mathématique approprié pour répondre à la question posée dans l'énoncé. Pour cela, il faut disposer de règles de choix simples et applicables à tous les problèmes, donc connaître les caractéristiques communes à tous les problèmes relevant d'une opération.

### Les caractéristiques de chaque catégorie de problèmes

#### Les problèmes d'addition

Cinq familles composent cette catégorie. (Voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Dans ces problèmes, il faut chercher combien ça fait en tout, ou combien il y avait avant, ou bien encore la valeur d'une collection ou d'une mesure dans un problème de comparaison.

**Ce qui est commun à tous les problèmes d'addition, c'est que le nombre à trouver est plus grand que le nombre donné au départ.**

#### Les problèmes de soustraction

Neuf familles composent cette catégorie. (Voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Dans ces problèmes, il faut chercher combien il reste, ou la valeur d'une partie d'une collection, ou combien il y avait avant, ou bien encore la valeur d'une collection ou d'une mesure dans un problème de comparaison, etc.

On voit bien qu'il n'est pas pertinent de demander aux élèves de connaître toutes les familles.

Ce qui est commun à tous les problèmes de soustraction, c'est que le nombre à trouver est plus petit que le nombre donné au départ.

### Les problèmes de multiplication

Les problèmes de multiplication sont le plus souvent issus de la réunion de collections équipotentes.

Exemple : Lucie a 4 paquets de 25 billes. *Combien Lucie a-t-elle de billes ?*

Mais la multiplication est aussi l'opération permettant de résoudre :

- les problèmes issus des situations rectangulaires.

Exemple : Corinne doit tracer un quadrillage de 8 carreaux de hauteur sur 6 carreaux de largeur.

*Combien y aura-t-il de cases dans le quadrillage ?*

Ces situations sont idéales pour mettre en évidence la commutativité de la multiplication ( $6 \times 8 = 8 \times 6$ ), mais ne concernent que peu de problèmes.

- les problèmes de recherche du nombre de combinaisons possibles.

Exemple : Coco le clown possède 2 chapeaux (un noir, un rouge), 2 vestes (une jaune, une bleue) et 3 pantalons (un vert, un gris, un marron). *Combien de costumes différents Coco peut-il constituer ?*

Ce problème se résout par le produit cartésien ( $2 \times 2 \times 3$ ) qui est au programme du collège.

Ce qui est commun à tous les problèmes de multiplication, c'est que « ça se répète » et que le nombre à trouver est plus grand que le nombre donné au départ.

### Les problèmes de division

Les problèmes de groupement et de partage composent la famille des problèmes de division.

- Dans les problèmes de partage, on connaît la valeur du tout et le nombre de parts. Il faut chercher la valeur d'une part et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets identiques. *Combien Cécile doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet ?*

Réponse :  $57 = (8 \times 7) + 1$

*Elle peut mettre 7 roses dans chaque bouquet et il restera 1 rose.*

- Dans les problèmes de groupement, on connaît la valeur du tout et celle d'une part. Il faut chercher le nombre de parts et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer des bouquets de 8 roses. *Combien Cécile peut-elle composer de bouquets ?*

Réponse :  $57 = (8 \times 7) + 1$

*Elle peut composer 7 bouquets de 8 roses et il restera 1 rose.*

Ce qui est commun à tous les problèmes de division, c'est que « ça se répète » et que le nombre à trouver est plus petit que le nombre donné au départ.

#### REMARQUE

☐ **La division ne permet pas de traiter les partages non équitables et les groupements non équipotents.** ☐

Exemple de partage non résolu par la division : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets.

*Combien Cécile doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet si elle veut utiliser toutes ses roses ?*

Réponse possible :  $57 = (6 \times 5) + (9 \times 3)$

*Elle peut composer 5 bouquets de 6 roses et 3 bouquets de 9 roses.*

Exemple de groupement non résolu par la division : La maîtresse demande aux 27 élèves de sa classe de former des groupes de 3, de 4 et de 5. *Combien y aura-t-il de groupes de chaque sorte ?* (problème à plusieurs solutions)

Réponse possible :  $27 = (3 \times 3) + (4 \times 2) + (5 \times 2)$

*Les élèves peuvent constituer 3 groupes de 3, 2 groupes de 4 et 2 groupes de 5. Il restera 0 élève.*

## Le choix de la bonne opération

L'expérience acquise en calcul permet d'observer les effets produits par les opérations. Ceux-ci peuvent être formulés ainsi.

Dans l'ensemble des nombres entiers, à l'exception des nombres 0 et 1 :

- Le résultat d'une addition est « plus grand » (supérieur à chacun des termes).
- Le résultat d'une soustraction est « plus petit » (inférieur au plus grand des termes).
- Le résultat d'une multiplication est « plus grand » (supérieur à chacun des termes).
- Le résultat d'une division est « plus petit » (inférieur au dividende).

### REMARQUE

☞ **Pour la multiplication et la division, ces règles ne sont pas applicables à tous les décimaux.** ☞

Se poser la question « *Doit-on trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit ?* » permet de contrôler la pertinence du choix de l'opération.

Certains problèmes ont des spécificités qui permettent d'identifier facilement l'opération à utiliser.

C'est le cas par exemple de la recherche de ce qui reste dans une situation de diminution.

**Exemple :** Valentine avait 12 euros. Elle en a dépensé 7. *Combien lui reste-t-il ?*

L'utilisation de la soustraction va de soi.

Pour d'autres, l'identification de l'opération est rendue difficile par les ressemblances entre deux catégories.

- **Certains problèmes d'addition peuvent être confondus avec des problèmes de soustraction.**

**Exemple :** Camille a 32 billes dans sa trousse avant la récréation. Elle en a gagné 22 pendant la récréation. *Combien Camille avait-elle de billes ?*

On utilise la soustraction :  $32 - 22$ .

Ici, le verbe *gagner*, considéré par les élèves comme inducteur de l'utilisation de l'addition, est un « mot piège ».

Dans les problèmes de comparaison, il en va de même des expressions de plus et de moins (voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Nous voyons ici les liens avec la lecture des énoncés sur laquelle nous reviendrons dans une partie spécifique<sup>7</sup> car elle doit faire l'objet d'un apprentissage construit.

- **Certains problèmes de division sont traités comme des problèmes de multiplication.**

Les problèmes de **groupement** sont fréquemment confondus par les élèves avec les problèmes de multiplication.

Il est vrai que, dans les deux cas, on réunit des collections équipotentes :

- pour *chercher le tout*, dans les problèmes de multiplication ;
- pour *chercher combien de fois...* dans les problèmes de groupement.

Les problèmes de partage sont plus facilement identifiables que les problèmes de groupement, notamment par la présence de « chaque » ou « chacun » dans la question (*On cherche combien pour chacun.*).

- **L'addition est utilisée pour résoudre les problèmes de multiplication.**

Les problèmes de **multiplication** sont des problèmes d'addition particuliers.

Parfois, les élèves continuent à utiliser l'addition pour les résoudre, ce qui s'avère peu pertinent lorsque les nombres sont grands.

De l'étude croisée de toutes les catégories de problèmes, on peut dégager ces principes essentiels.

**Pour choisir la bonne opération :**

- 1. Il faut avoir compris le texte et ne pas se laisser piéger par les mots-clés contenus dans l'énoncé.**
- 2. Il faut aussi s'appuyer sur les caractéristiques de chaque catégorie et la connaissance des effets produits par les opérations.**

7. Voir p. 21.

### 3. Quel objectif fixer pour le CM1 ?

Au CE1, les problèmes ont été catégorisés suivant le critère « Je cherche combien... ». À ce niveau, seuls les problèmes dits « manipulables » d'addition et de soustraction, les problèmes de multiplication, les groupements et les partages ont été étudiés<sup>8</sup>.

Au CE2, toutes les autres catégories de problèmes d'addition et de soustraction ont été explorées<sup>9</sup> (cf. p. 9).

Au CM1, l'objectif est de rendre le choix de l'opération plus rapide, voire immédiat.

### 4. Quelle progression suivre au CM1 ?

L'objectif défini ci-dessus vise à la consolidation des apprentissages menés lors des années précédentes. Il faut donc réactiver les critères définis au CE2, puis entraîner les élèves à leur mise en application.

**La programmation des séquences peut être organisée ainsi :**

- 1. On fera résoudre des problèmes d'addition et de soustraction afin de consolider leur reconnaissance. En parallèle, on enseignera une méthodologie de résolution.**
- 2. On fera résoudre des problèmes de division, afin de favoriser l'appropriation de leurs caractéristiques. Puis, on confrontera ces problèmes avec les problèmes de multiplication.**
- 3. On entraînera les élèves au choix de la bonne opération parmi les quatre (synthèse). Pour cela, on utilisera l'outil suivant.**

Les problèmes d'addition	On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.
Les problèmes de soustraction	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.
Les problèmes de multiplication	On utilise la multiplication quand on doit trouver un nombre plus grand et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.
Les problèmes de division	On utilise la division quand on doit trouver un nombre plus petit et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.

8. Voir Christian Henaff, *Résoudre des problèmes au CE1*, Paris, Retz, 2013.

9. Voir Christian Henaff, *Résoudre des problèmes au CE2*, Paris, Retz, 2014.